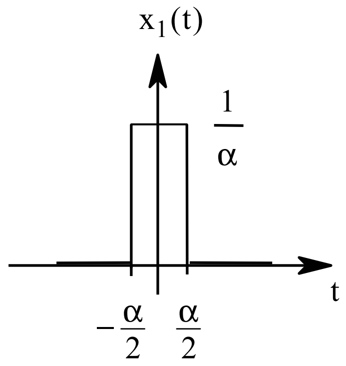
Les signaux de base

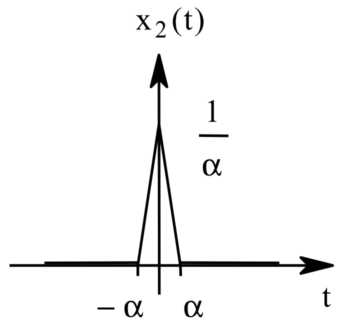
1. Les signaux déterministes à temps continu

1.1 L'impulsion de Dirac

C'est un être mathématiquement idéal qui est la limite de fonctions existantes, d'aires sous-tendues égales à 1, telles :

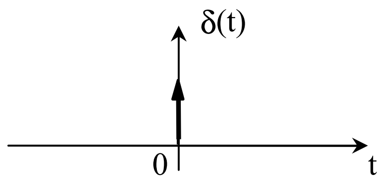


ou

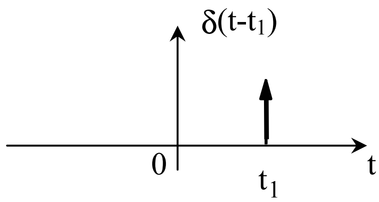


$$\delta(t) \overset{D}{=} \lim_{\alpha \to 0} x_1(t) \qquad\qquad \delta(t) \overset{D}{=} \lim_{\alpha \to 0} x_2(t)$$

$\delta(t)$, qui a une amplitude infinie pendant une durée infiniment courte, est notée :



ou

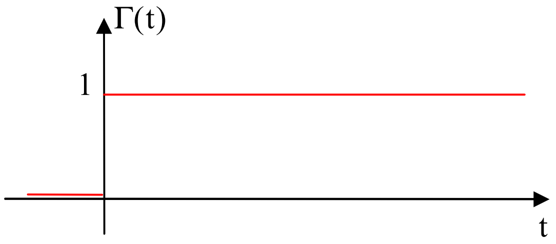


Si elle se produit en t_1

$\delta(t)$, qui relève de la théorie des distributions et de l'intégrale de Lebesgue, a 2 propriétés fondamentales :

- $\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t)\, dt = 1$
- $\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\, \delta(t - t_1)\, dt = f(t_1)$ (f continûment dérivable)

1.2 L'échelon unitaire Γ(t)



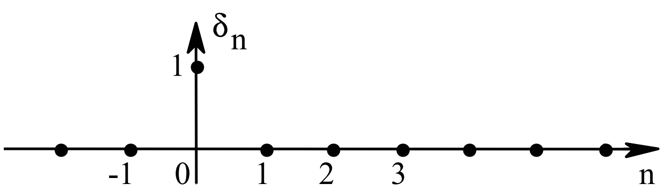
Cette fois, c'est un signal physique qui, par exemple, apparaît lors de la fermeture d'un interrupteur.

On notera que $\delta(t) = \dfrac{d\Gamma(t)}{dt}$

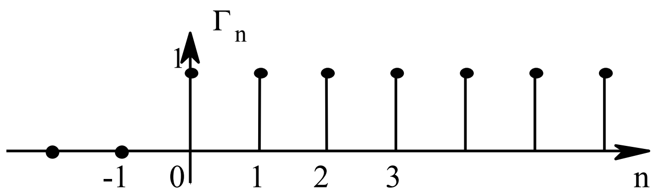
et $\Gamma(t) = \int_{-\infty}^{t} \delta(\tau)\, d\tau$

2. Les signaux déterministes à temps discret

a. **L'impulsion unité δ_n,** qui vaut 1 pour n=0 et zéro pour n≠0



b. **L'échelon unité Γ_n**, qui vaut 1 pour n≥0 et zéro pour n<0

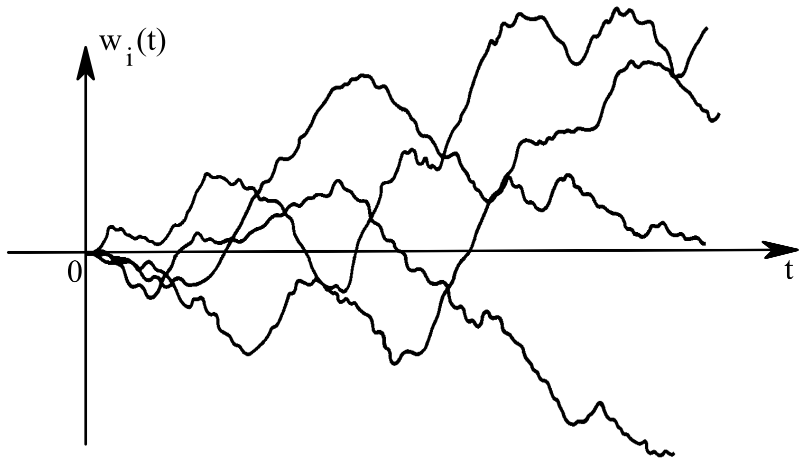


3. Les signaux aléatoires à temps continus

a. **Le bruit de Wiener** (mouvement brownien) W(t)

Il est non stationnaire et a pour caractéristiques :

- $E(W(t)) = 0$ (si centré)
- $E(W^2(t)) = Q\,t$
- $c(t,\tau) = Q\ \mathrm{inf}(t,\tau)$



Plusieurs réalisations d'un bruit de Wiener(projetées sur un axe)

b. **Le Bruit blanc B(t)**

Comme dans le cas déterministe de l'impulsion de Dirac $\delta(t)$, le bruit blanc est un être mathématiquement idéal ayant $\delta(\tau)$ pour fonction d'autocorrélation.

Caractéristiques :

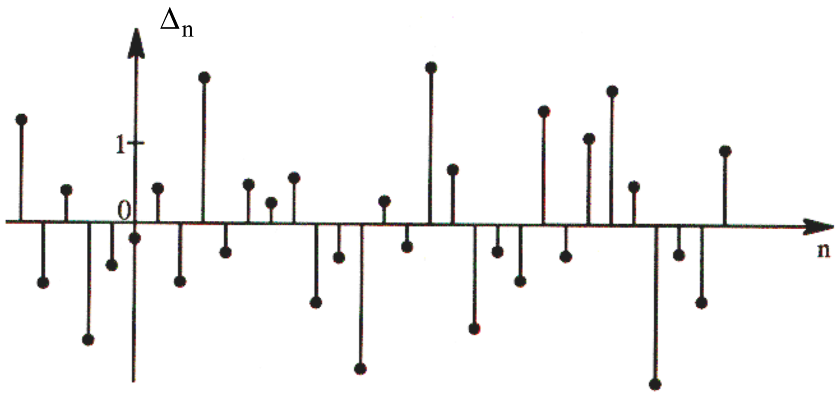
- $E(B(t)) = 0$ (si centré)
- $E\left[\ B(t)\,B(t+\tau)\ \right] = \delta(\tau)$ (bruit unitaire)

- NB : On démontre que $B(t) = \dfrac{dW(t)}{dt}$ (avec Q=1). Le bruit blanc est la dérivée d'un bruit de Wiener comme, en déterministe, l'impulsion de Dirac est la dérivée d'un échelon.

4. Les signaux aléatoires à temps discrets

La séquence indépendante (ou blanche) Δ_n unitaire, centrée, est définie par :

$E(\Delta_n) = 0$
$E(\Delta_n{}^2) = 1$
$E(\Delta_n\ \Delta_m) = 0$ pour tout $n \neq m$



Réalisation d'une séquence indépendante unitaire