

La transformée de Fourier d'un signal analogique et quelques spectres fondamentaux

1. Définition

$x(t)$ = Signal analogique (fonction)

- $X(f) = \text{TF}(x(t)) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-j2\pi f t} dt$, qui existe mathématiquement si $\int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)| dt$ est fini.
- Inversement, $x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} X(f) e^{j2\pi f t} df = (\text{TF})^{-1}(X(f))$ qui signifie que le signal analogique peut être décomposé en une infinité de signaux harmoniques (sinusoïdaux) : $X(f) e^{j2\pi f t}$.

$X(f)$ s'appelle le spectre de $x(t)$ et est généralement une fonction complexe de variable réelle f , sauf si $x(t)$ est une fonction réelle paire (alors $X(f)$ est réelle).

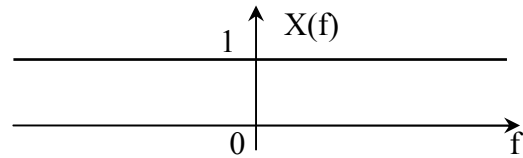
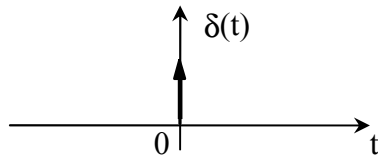
NB : Si on utilise la pulsation ω au lieu de la fréquence, on a :

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt \quad \text{et} \quad x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} X(\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

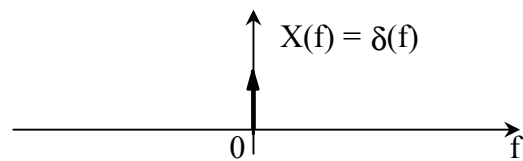
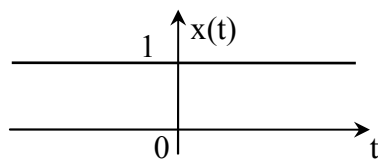
2. Quelques spectres fondamentaux (illustrant la dualité)

Tous les spectres sont réels car les signaux sont réels pairs.

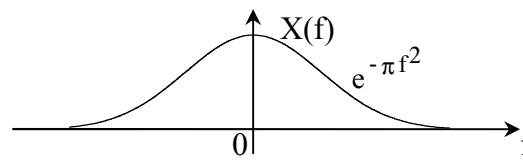
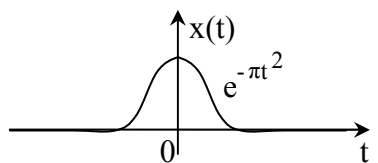
- Le spectre d'un signal (idéal) infiniment rapide est infiniment large :



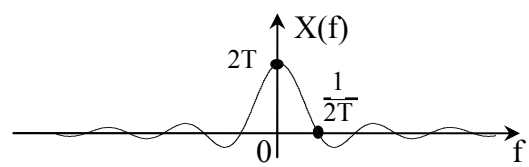
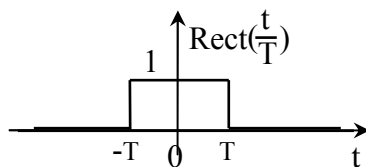
- Le spectre d'un signal infiniment lent (non constant) est infiniment court (à la fréquence 0) :



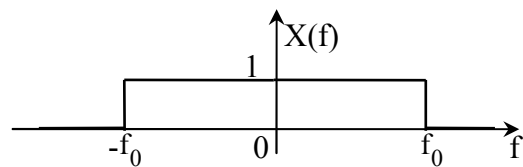
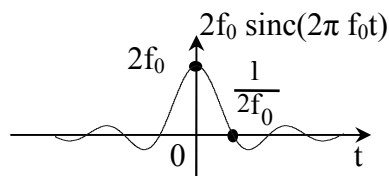
- Le spectre d'une fonction de Gauss est une fonction de Gauss :



- Le spectre d'un signal rectangulaire est oscillatoire amorti :



- Le spectre d'un signal oscillatoire amorti est un rectangle :



- Le spectre d'un signal harmonique est une double impulsion :

